

УПРОЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МИКРОПРОЦЕССОВ
В ПРОВОДНИКЕ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ ПРОВОДИМОСТИ

Баранов М.И., д.т.н.

НИПКИ "Молния" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт"
Украина, 61013, г. Харьков, ул. Шевченко, 47, НИПКИ "Молния" НТУ "ХПИ"
тел. (057) 707-68-41, факс (057) 707-61-33, E-mail: nipkimolnija@kpi.kharkov.ua

На основі розробленої згідно зі принципами класичної фізики спрощеної математичної моделі мікропроцесів у металевому провіднику зі електричним струмом провідності довільної часової форми наведено розрахункову оцінку важливих фізичних величин, які визначають направлене переміщення (дрейф) під дією зовнішнього електричного поля вільних електронів матеріалу провідника.

На основе разработанной в соответствии с принципами классической физики упрощенной математической модели микропроцессов в металлическом проводнике с электрическим током проводимости произвольной временной формы приведена расчетная оценка важнейших физических величин, определяющих направленное перемещение (дрейф) под воздействием внешнего электрического поля свободных электронов материала проводника.

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с современными общепризнанными научными теориями и физическими положениями любое твердое тело, в том числе и металлический проводник, состоит из отдельных атомов, образующих его кристаллическую решетку [1]. При этом концентрация атомов N_0 (м^{-3}) в данной решетке для большинства проводниковых материалов численно составляет величину порядка 10^{29} м^{-3} [2]. Отдельные атомы кристаллической решетки со своими атомными оболочками, содержащими распределенные по энергетическим уровням (орбитам) отрицательно заряженные частицы – электроны, из-за непрерывно протекающих внутри вещества (материала проводника) процессов их ионизации квантами (размеренными порциями) электромагнитной (тепловой) энергии по существу становятся положительно заряженными ионами [1, 2]. Освободившиеся от своих атомов на основе таких внутриатомных процессов электроны из связанных становятся свободными. Так, например, для широко используемого в электротехнике такого проводникового материала как медь ее первый ионизационный потенциал E_0 (Дж) составляет численное значение, равное $E_0 = 12,21 \cdot 10^{-19}$ Дж [3]. В межатомное пространство материала проводника попадают, прежде всего, электроны с внешних валентных зон рассматриваемых атомов вещества. Напомним, что согласно зонной теории атомов вещества [4] в металлах верхние энергетические зоны атомов (зоны проводимости атомов) совпадают с валентными зонами, частично или полностью заселенными связанными электронами атомов. Именно эти ставшими свободными мечущееся (хаотично движущееся) тепловые электроны практически полностью занимают и пронизывают атомное пространство между указанными ионами кристаллической решетки проводникового материала. Именно эти свободные электроны и определяют, в конце концов, проводниковые свойства любого металла. Тем не менее, в случае не выхода свободных электронов за пределы межатомного пространства (металла) и нахождения их в энергетиче-

ской отрицательной потенциальной "яме" проводника, глубина которой не превышает постоянного значения работы выхода W_B (Дж) электронов из проводника (например, для меди $W_B = 7,03 \cdot 10^{-19}$ Дж [3]), материал проводника в результате таких внутренних микропроцессов по отношению к окружающему его макромиру оказывается, как и до их (микропроцессов) протекания, электронейтральным. Свободные электроны проводника, исходя из принятых в атомной физике понятий, напоминают некий "электронный газ", заполняющий межатомное пространство его материала [3, 4]. Следуя такой физической аналогии можно, с определенной долей обоснованности и уверенности, предположить то, что в состоянии теплового равновесия свободные электроны металлического проводника будут приближенно подчиняться статистическому распределению, характерному для молекул идеального газа, то есть известному распределению Максвелла-Больцмана [3, 4]. На таком подходе базируется известная классическая электронная теория электропроводности металлов Друде-Лоренца [5, 6]. Определенные недостатки этой теории (возникающие трудности при практическом определении с ее помощью средней скорости и средней длины свободного пробега свободных электронов в проводнике и др. [5]) заставляют специалистов для практических целей искать более простые и ясные как для электротехников, так и электрофизиков приближения в описании сложных микроэлектромеханических процессов, возникающих в проводящей структуре металлического проводника при внешнем приложении к последнему электрического напряжения (поля). Данного научного экскурса, посвященного общефизической картине протекающих микропроцессов в металлическом проводнике, вполне достаточно для того, чтобы при решении прикладных задач рассматривать нам специалистам – электротехникам (электрофизикам) в дальнейшем электромагнитные микропроцессы в нем (проводнике) с электрическим током проводимости как процессы, обусловленные распространением известных теорий атомистики на область электричества

(электрофизики) [5].

Целью данной работы является разработка на принципах классической физики, не прибегая к закономерностям квантовой физики, упрощенной математической модели поведения свободных электронов внутри металлического проводника с электрическим током проводимости, базирующейся практически только на корпускулярном представлении свободных электронов как элементарных частиц вещества с точечным электрическим зарядом e_0 (Кл), приближенно равным $e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл [3].

1. ПРИНЯТЫЕ ДОПУЩЕНИЯ И ПОСТАНОВКА НАУЧНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим размещенный в воздухе тонкий в электромагнитном отношении изотропный прямолинейный сплошной проводник радиусом r_{Π} (м) и длиной l_{Π} (м) при условии $l_{\Pi} \gg r_{\Pi}$ (рис.). Примем, что к противоположным концам металлического проводника приложена разность электрических потенциалов $U_{\Pi}(t)$ (В), изменяющаяся во времени t (с) по произвольному закону. Пусть по данному проводнику поперечным сечением S_{Π} (м²) вдоль его продольной оси OZ протекает постоянный или переменный (импульсный) ток проводимости $i_{\Pi}(t)$ (А).

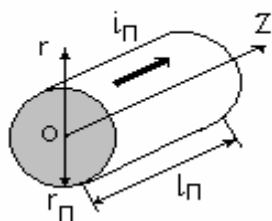


Рис. Расчетная модель тонкого металлического проводника с электрическим током проводимости $i_{\Pi}(t)$.

Как известно, в рассматриваемом проводнике его радиус r_{Π} будет значительно меньше толщины токового скин-слоя в его материале и протекающий по нему ток проводимости $i_{\Pi}(t)$ будет равномерно распределен по поперечному сечению S_{Π} цилиндрического проводника. Рассмотрим случай, когда влиянием токов смещения и выделяющегося в материале проводника джоулева тепла на электрофизические характеристики материала исследуемого проводника, и прежде всего, на его удельную электропроводность γ_{Π} (См/м), можно пренебречь. Считаем, что хаотично движущиеся или дрейфующие по проводнику свободные электроны находятся в энергетической отрицательной потенциальной "яме" и удовлетворяют модели "электронного газа", а также приближению, базирующемуся на их чисто корпускулярном представлении элементарными носителями отрицательного электрического заряда в материале проводника. Примем, что концентрация свободных электронов в материале проводника не зависит от напряженности

внешнего электрического поля $E_{\Pi}(t)$ (В/м), приложенного к исследуемому проводнику.

Требуется с учетом принятых допущений для практических расчетов получить простым и ясным путем, как с методической, так и с физической точки зрения, приближенные аналитические соотношения, описывающие поведение свободных электронов в металлическом проводнике до воздействия на него электрического напряжения $U_{\Pi}(t)$ и протекание в материале рассматриваемого проводника микропроцессов, сопровождающих направленное перемещение (дрейф) свободных электронов под электромагнитным (силовым) воздействием приложенного к проводнику электрического напряжения $U_{\Pi}(t)$, произвольно изменяющегося во времени t .

2. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ МОДЕЛИ

Согласно вышеупомянутому классическому распределению Максвелла–Больцмана до приложения к исследуемому проводнику электрического напряжения $U_{\Pi}(t)$ средняя величина кинетической энергии W_K (Дж) свободного электрона, приходящейся на его три степени свободы, соответствующих указанному выше случаю хаотичного (теплового) движения свободных электронов в проводнике, будет равна [3, 4]:

$$W_K = 3 \cdot k_B \cdot T / 2, \quad (1)$$

где $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура материала проводника, К.

Выполненная по (1) численная оценка значения кинетической энергии W_K для свободного электрона в медном проводнике при комнатной температуре проводника ($T = 293,16$ К [3]) показывает, что она не превышает величину $W_K = 0,606 \cdot 10^{-20}$ Дж, то есть в нашем случае $W_K \ll W_B$.

Тогда, до силового воздействия на свободный электрон электрического напряжения $U_{\Pi}(t)$ в первом приближении для рассматриваемой нами простейшей модели микропроцессов в твердом материале проводника можно будет записать такое энергетическое соотношение [3, 7]:

$$m_e \cdot v_T^2 / 2 = 3 \cdot k_B \cdot T / 2, \quad (2)$$

где $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31}$ кг – масса покоя свободного электрона; v_T – тепловая скорость хаотичного движения свободного электрона в проводнике (м/с).

Очевидно, что из-за приложенного к металлическому проводнику между его концами электрического напряжения $U_{\Pi}(t)$ внутренняя структура материала проводника будет испытывать воздействие напряженности внешнего электрического поля $E_{\Pi}(t)$, равной:

$$E_{\Pi}(t) = U_{\Pi}(t) / l_{\Pi}. \quad (3)$$

Воздействие напряженности $E_{\Pi}(t)$ такого внешнего электрического поля в соответствии с (3) на микроструктуру материала проводника вызывает, в свою очередь, согласно законам классической физики и механики в направлении ее действия (например,

вдоль продольной оси проводника OZ) ускорение a_e (м/с^2) его свободных электронов, определяемое из следующего приближенного выражения [3]:

$$a_e = e_0 \cdot E_{\Pi}(t) / m_e \quad (4)$$

В результате указанного силового воздействия внешнего электрического поля на свободные электроны металлического проводника последние приобретают дополнительно к скорости v_T хаотического движения некоторую среднюю дрейфовую скорость v_D (м/с), которая в первом приближении может быть выражена в виде [3]:

$$v_D = a_e \cdot \tau_e, \quad (5)$$

где τ_e – среднее время пробега свободного электрона между актами его упругого кулоновского рассеяния на ионах кристаллической решетки материала проводника (время релаксации) (с).

В результате из (4) и (5), с одной стороны, для средней дрейфовой скорости v_D свободных электронов в материале проводника с электрическим током проводимости $i_{\Pi}(t)$ имеем:

$$v_D = e_0 \cdot \tau_e \cdot E_{\Pi} / m_e. \quad (6)$$

С другой стороны, для средней дрейфовой скорости v_D свободных электронов в материале рассматриваемого проводника будет справедливо следующее соотношение [2, 8]:

$$v_D = \delta_{\Pi}(t) / e_0 \cdot n_e, \quad (7)$$

где $\delta_{\Pi}(t) = i_{\Pi}(t) / S_{\Pi}$ – плотность электрического тока проводимости в металлическом проводнике (А/м^2); n_e – плотность свободных электронов в металлическом проводнике (м^{-3}).

Следует подчеркнуть, что согласно (7) вклад в плотность $\delta_{\Pi}(t)$ тока проводимости и соответственно в сам электрический ток проводимости $i_{\Pi}(t)$ металлического проводника дает только средняя дрейфовая скорость v_D свободных электронов. Скорость же их хаотического (теплого) движения v_T никакого вклада в электрический ток проводимости $i_{\Pi}(t)$ проводника не вносит, так как ее среднее значение равно нулю.

Как известно, плотность n_e свободных электронов в металлическом проводнике будет равна концентрации N_0 (м^{-3}) атомов материала проводника, умноженной на валентность химического элемента, образующего этот проводящий материал. В свою очередь, валентность материала проводника определяется числом неспаренных электронов на валентных электронных оболочках (энергетических уровнях) его атомов (например, для меди валентность равна двум [1, 4]). Что касается концентрации атомов N_0 в металлическом проводнике с плотностью d_{Π} (кг/м^3) его материала, то она вычисляется из следующего известного выражения [3, 8]:

$$N_0 = d_{\Pi} \left[M_a \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \right]^{-1}, \quad (8)$$

где M_a – атомная масса материала проводника, практически равная массовому числу A ядра атома ис-

пользованного в проводнике материала, вычисляемому согласно периодической системе элементов Д.И. Менделеева в атомных единицах массы (одна атомная единица массы равна 1/12 массы атома изотопа углерода ${}^{12}_6\text{C}$, составляющей $1,6606 \cdot 10^{-27}$ кг).

Приравняв выражения (6) и (7), для плотности тока $\delta_{\Pi}(t)$ в металлическом проводнике получаем:

$$\delta_{\Pi}(t) = \gamma_{\Pi} \cdot E_{\Pi}(t), \quad (9)$$

где $\gamma_{\Pi} = e_0^2 \cdot n_e \cdot \tau_e / m_e$ – удельная электропроводность материала проводника.

Из (9) видно, что полученное нами на основе упрощенной модели микропроцессов в проводнике соотношение для плотности $\delta_{\Pi}(t)$ тока проводимости в металлическом проводнике полностью соответствует дифференциальной форме записи закона Ома для электрической линейной цепи и первому электродинамическому уравнению Максвелла [2, 9]. Кроме того, найденное нами весьма простым путем соотношение для удельной электропроводности γ_{Π} твердого

материала проводника в виде $\gamma_{\Pi} = e_0^2 \cdot n_e \cdot \tau_e / m_e$ оказывается равным известному аналитическому выражению (4-91) из [4], ранее примененному в радиоэлектронике при исследовании температурной зависимости ряда проводниковых материалов, включая электролитическую медь.

Полученное согласно (9) для γ_{Π} аналитическое выражение можно переписать в следующем удобном для последующего анализа виде:

$$\gamma_{\Pi} = \left(\frac{e_0 \cdot \tau_e}{m_e} \right) \cdot (n_e \cdot e_0) = u_e \cdot \rho_{ev}, \quad (10)$$

где $u_e = e_0 \cdot \tau_e / m_e$ – подвижность свободных электронов в металлическом проводнике с током проводимости $i_{\Pi}(t)$ ($\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$) [2, 4]; $\rho_{ev} = n_e \cdot e_0$ – пространственная плотность отрицательного заряда в металлическом проводнике с током проводимости $i_{\Pi}(t)$, определяемая свободными электронами проводника (Кл/м^3).

Из (10) вытекает важный как для практических целей, так и для физического понимания протекающих в металлическом проводнике с током проводимости $i_{\Pi}(t)$ микропроцессов вывод, заключающийся в том, что удельная электропроводность γ_{Π} рассматриваемого проводника обеспечивается только его свободными электронами – элементарными носителями отрицательного заряда, то есть для исследуемого проводника будет характерна только электронная проводимость. Причем, согласно (10) чем выше подвижность u_e свободных электронов, тем больше и значение удельной электропроводности γ_{Π} материала проводника. Так как для большинства металлов численное значение плотности n_e их свободных электронов изменяется незначительно (например, для низкоэлектропроводного вольфрама значение n_e составляет $n_e = 12,51 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, а для высокоэлектропроводной меди – $n_e = 16,86 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ [3, 4]), то в соответствии с

(10) основным параметром, определяющим значение подвижности u_e свободных электронов и соответственно значение удельной электропроводности γ_{Π} материала исследуемого проводника, будет являться среднее время τ_e пробега свободного электрона в металлическом проводнике (например, для меди время релаксации τ_e имеет порядок 10^{-14} с [2, 3]).

Величину среднего времени τ_e пробега свободного электрона, для решаемой нами задачи и ее соотношений (9) и (10), в частности, можно приближенно найти из следующего выражения [4, 7]:

$$\tau_e = l_e / (v_T + v_D), \quad (11)$$

где l_e - средняя длина пробега свободного электрона в материале проводника (м) (например, для меди длина l_e имеет порядок 10^{-8} м [2, 3]).

Выполним численную оценку значений скорости v_T хаотичного (теплого) движения и средних скоростей v_D дрейфа свободных электронов в медном проводнике при комнатной температуре T , например, для случая, когда амплитуда $E_{\Pi A}$ воздействующей на них напряженности $E_{\Pi}(t)$ внешнего электрического поля равна достаточно высокому значению $E_{\Pi A} = 100$ В/м. Так как для большинства применяемых в электротехнике металлов типичное значение подвижности u_e свободных электронов при $T = 293,16$ К составляет незначительную величину и в среднем примерно равную $u_e \approx 0,003$ м²/В·с [2, 7], то из (6) следует, что средняя скорость v_D дрейфа свободного электрона в рассматриваемом случае численно составляет всего $v_D = 0,3$ м/с. Для оценки достоверности этого результата относительно численного значения v_D используем формулы (7) и (9). Известно, что при $T = 293,16$ К удельная электропроводность γ_{Π} для меди примерно равна $\gamma_{\Pi} = 5,81 \cdot 10^7$ См/м [2,3]. Тогда согласно (9) при $E_{\Pi A} = 100$ В/м для амплитуды плотности $\delta_{\Pi A}$ тока проводимости в медном проводнике следует, что $\delta_{\Pi A} = 5,81 \cdot 10^9$ А/м². В результате подстановки этого численного значения для $\delta_{\Pi A}$ в формулу (7) получаем, что при $n_e = 16,86 \cdot 10^{28}$ м⁻³ [3, 4] наибольшая величина средней скорости v_D дрейфующего в медном проводнике свободного электрона не превышает значения $v_D = 0,22$ м/с, которое хорошо согласуется с ранее нами полученным по (6) значением v_D и численно равным $v_D = 0,3$ м/с.

Из (2) для скорости v_T хаотичного (теплого) движения свободных электронов в металлическом проводнике вытекает следующее приближенное соотношение:

$$v_T = (3 \cdot k_B \cdot T / m_e)^{1/2}. \quad (12)$$

Используя (12), при комнатной температуре воздуха и материала проводника ($T = 293,16$ К [3]) находим, что скорость v_T хаотичного движения свободно-

го электрона в нашем случае будет примерно равна $v_T = 1,15 \cdot 10^5$ м/с. Так как для исследуемого случая $v_T \gg v_D$, то практически влиянием средней скорости дрейфа v_D свободных электронов металлического проводника на изменения времени τ_e их релаксации можно обоснованно пренебрегать.

Приближенную оценку в (11) значений средней длины l_e пробега свободных электронов в металлическом проводнике на основании известной модели свободных электронов Зоммерфельда и их упругого рассеяния кулоновским полем ионов кристаллической решетки материала проводника [2, 3] можно осуществлять с помощью следующего выражения:

$$l_e = 10^6 \cdot (N_0 \cdot S_e)^{-1}, \quad (13)$$

где $S_e = Z^2 \cdot e_0^4 / (16 \cdot \pi \cdot \epsilon_0^2 \cdot W_k^2)$ - сечение рассеивания свободных электронов ионами (атомами) кристаллической решетки материала проводника (м²); Z - порядковый номер химического элемента, из которого выполнен металлический проводник, определяемый согласно периодической системе элементов Д.И. Менделеева и численно равный положительному заряду ядра его атома (например, для меди $Z = 29$ [3]); $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - диэлектрическая постоянная [2].

Использование на практике расчетной формулы (12) показывает, что она дает весьма заниженные оценочные значения для скорости v_T хаотичного (теплого) движения свободных электронов в металлическом проводнике. Лучшее приближение к опытным данным, касающимся v_T , дает для нее (этой скорости) та формула, которая основывается не на классическом распределении Максвелла - Больцмана для "электронного газа", а на статистическом распределении Ферми - Дирака, то есть на понятии энергии E_F Ферми для электронов (например, для меди $E_F = 11,27 \cdot 10^{-19}$ Дж [4]). В последнем случае выражение применительно к определению значения скорости v_T хаотичного (теплого) движения для свободных электронов в металлическом проводнике принимает следующий вид [3]:

$$v_T = (2 \cdot E_F / m_e)^{1/2}. \quad (14)$$

Численная оценка значения для v_T , выполненная для медного проводника по (14), приводит нас к такой величине скорости v_T хаотичного (теплого) движения свободного электрона в нем как $v_T = 1,57 \cdot 10^6$ м/с, которая оказывается примерно на порядок выше ранее рассчитанной нами аналогичной скорости v_T по (12).

Заметим, что при вычислении значений v_T по (14) в выражении для S_e согласно (13) вместо средней кинетической энергии W_K свободных электронов необходимо также использовать соответствующее значение для энергии E_F Ферми. Основанием для такой замены может служить то, что при приложении к рассматриваемому проводнику длиной l_{Π} электри-

ческого напряжения $U_{\Pi}(t)$ распределение его свободных электронов по скоростям изменяется лишь вдоль продольной оси OZ и то на незначительную величину ($v_D \ll v_T$), влиянием которой при практических расчетах микропроцессов в металлическом проводнике с током проводимости $i_{\Pi}(t)$ можно просто пренебречь.

Поразительным и одновременно парадоксальным фактом в общей картине рассматриваемых микропроцессов внутри металлического проводника с током проводимости $i_{\Pi}(t)$ является то, что при почти незаметном изменении распределения свободных электронов по скоростям из-за приложения к нему электрического напряжения $U_{\Pi}(t)$, например, для медного проводника ($n_e = 16,86 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ [3,4]) в случае, когда $E_{\Pi A} = 100 \text{ В/м}$, амплитуда $\delta_{\Pi A}$ плотности тока в нем в соответствии с полученными нами расчетными соотношениями (9) и (10) достигает достаточно больших численных значений порядка $\delta_{\Pi A} \approx 6 \cdot 10^9 \text{ А/м}^2 \approx 6 \text{ кА/мм}^2$. Такие значения плотности тока $\delta_{\Pi A}$ при относительно малых значениях подвижности u_e для свободных электронов (например, для меди их подвижность u_e при $T = 273,16 \text{ К}$ характеризуется примерно численным значением $u_e \approx 0,0025 \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ [2,3]) могут быть объяснены только высокими значениями пространственной плотности ρ_{ev} отрицательного заряда дрейфующих свободных электронов в металлическом проводнике с электрическим током проводимости $i_{\Pi}(t)$ (например, для меди их объемная плотность ρ_{ev} заряда имеет примерно такое численное значение – $\rho_{ev} \approx 2,7 \cdot 10^{10} \text{ Кл/м}^3$ [3]).

ВЫВОДЫ

1. На основе положений классической физики для чисто корпускулярного приближения свободных электронов металлического проводника с электрическим постоянным или переменным (импульсным) током проводимости $i_{\Pi}(t)$ разработана упрощенная математическая модель микропроцессов внутри материала исследуемого проводника, позволяющая достаточно просто находить распределения его свободных электронов по хаотичным v_T и дрейфовым v_D скоростям, а также определять значения подвижности u_e и пространственной плотности ρ_{ev} отрицательных зарядов свободных электронов в металлическом проводнике, к противоположным концам которого приложено электрическое напряжение $U_{\Pi}(t)$ произвольной временной формы.

2. Разработанная приближенная модель микропроцессов в металлическом проводнике с изменяющимся во времени t по произвольному закону электрическим током проводимости $i_{\Pi}(t)$ удовлетворяет закону Ома в дифференциальной форме для электрической линейной цепи, полностью соответствует первому уравнению Максвелла и позволяет вычислять

удельную электропроводность γ_{Π} материала проводника через подвижность u_e и пространственную плотность ρ_{ev} отрицательного заряда его дрейфующих под воздействием напряженности $E_{\Pi}(t)$ внешнего электрического поля свободных электронов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Астафуров В.И., Бусев А.И. Строение вещества.- М.: Просвещение, 1977.- 160 с.
- [2] Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля/ Пер. с англ.- М.: Мир, 1972. – 391 с.
- [3] Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики/ Отв. ред. В.К. Тартаковский.- Киев: Наукова думка, 1989.- 864 с.
- [4] Справочник по теоретическим основам радиоэлектроники/ Под ред. Б.Х. Кривицкого, В.Н. Дулина. Т.1.-М.: Энергия, 1977.- 504 с.
- [5] Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике.- М.: Наука, 1990.- 624 с.
- [6] Лоренц Г.А. Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения/ Пер. с англ. под ред. Т.П. Кравца. - М.: Гостехиздат, 1956.- 472 с.
- [7] Солимар Л., Уолш Д. Лекции по электрическим свойствам материалов/ Пер. с англ. под ред. С.И. Баскакова.- М.: Мир, 1991.-504 с.
- [8] Баранов М.М., Баранов М.И. Квантовомеханическая модель поглощения электромагнитных волн проводником и явление его электрического взрыва// Электротехника і електромеханіка. Харьков: НТУ "ХПИ".- 2005.- №2.- С. 63-71.
- [9] Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т.2. -Ленинград: Энергоиздат, 1981.- 416 с.

Поступила 21.10.2005